

Karl-Heinz Schimmelpfennig*, Norbert Hebing**

Die Kontaktpunktproblematik**in der Unfallrekonstruktion –****Energie-Doppelring- und****Drehimpuls-Spiegel-Verfahren****Zusammenfassung**

In der Unfallmechanik ist es üblich, die zeitlich ausgedehnte Kollision mit flächiger Berührung als Stoß unendlich kurzer Zeitdauer mit punktueller Berührung zu idealisieren. In dem vorliegenden Aufsatz wird der Einfluß dieser Idealisierung insbesondere bei der Anwendung des Drallsatzes auf die Fahrzeug-Fahrzeug-Kollision näher untersucht. Anschließend werden zwei neue Verfahren vorgestellt, die die Definition eines idealisierten Kontaktpunktes entbehrlich machen.

Summary

Considering crash-mechanics it is a common approach to idealise the temporal extended collision with surface contact by an impact of infinite short time with one-point-contact. In this paper the influence of this idealisation especially on the application of the conservation of angular momentum to vehicle-vehicle-collisions is discussed. At the end we present two new methods which make the definition of an idealised point of contact dispensable.

1 Einleitung

Studiert man die bisher veröffentlichten Arbeiten zur grafischen Lösung der Erhaltungsgleichungen beim ebenen, zweidimensionalen Stoß [1, 2], so fällt auf, daß alle darin vorgestellten Lösungswege den Stoß teilweise »von innen« betrachten. Allen Verfahren ist gemeinsam, daß über die bekannten Größen zunächst der Stoßantrieb als innere Größe des Stoßes ermittelt wird. Das Drall-Spiegel-Verfahren benötigt darüber hinaus noch den Kontaktpunkt der Fahrzeuge, denjenigen Punkt, an dem idealisiert der Kraftaustausch zwischen den einander berührenden Fahrzeugoberflächen stattfindet. Auch das Energiering-Verfahren bezieht sich mit der Verwendung des k-Faktors auf innere Größen des Stoßes, nämlich die inneren Kontaktpunktsgeschwindigkeiten, womit die Lage des Kontaktpunktes mittelbar auch bei diesem Verfahren in die Berechnung miteinfließt. Da sich Fahrzeuge während der Kollision flächig berühren und sich im Verlauf der Kollision wechselnde Kontaktflächen ergeben, liegt die Frage nahe, wie man unter diesen Umständen einen einzelnen Kontaktpunkt angeben kann, an dem der Kraftaustausch zwischen den Körpern stattfinden soll.

Im folgenden sollen die Probleme, mit denen die Wahl des Kontaktpunktes behaftet ist, mathematisch erörtert werden. Anschließend sollen zwei Verfahren beschrieben werden, die analog zu den bisher vorgestellten Lösungsverfahren anzuwenden sind, aber ohne Einbeziehung des Kontaktpunktes oder innerer Geschwindigkeiten auskommen.

2 Vorüberlegungen zur Mechanik der zweidimensionalen, zeitlich ausgedehnten Kollision mit flächiger Berührung

Für die tiefgehende Analyse der Kontaktpunktproblematik ist es unumgänglich, zunächst allgemeine Betrachtungen zur Mechanik zweidimensionaler Kollisionen anzustellen. Speziell bei der Behandlung des Drallsatzes entziehen sich viele Aspekte einer An-

alyse, wenn man die Stoßhypothese¹ an den Anfang seiner Betrachtungen stellt.

Betrachten wir den Stoß zunächst als »Black-box«, so können wir feststellen, daß die ursprünglichen Bewegungsrichtungen der Körper innerhalb eines räumlich begrenzten Gebietes geändert wurden. Kann das Einwirken einer äußeren Kraft ausgeschlossen werden, so müssen wir daraus folgern, daß die beiden Körper innerhalb eines räumlich begrenzten Gebietes Kräfte und Momente ausgetauscht haben. Die genaue Form der Ablenkung und die Änderung der Rotationsgeschwindigkeiten ergibt sich dabei aus den Anfangsbedingungen sowie aus dem Kraftgesetz, das das Einwirken der Körper aufeinander beschreibt. Eine exakte Beschreibung des Stoßes kann nur mit Hilfe des Kraftgesetzes erfolgen.

Andererseits ist es möglich, Gesamtbilanzen über den Stoß ohne Kenntnis des Kraftgesetzes aufzustellen. Diese Gesamtbilanzen führen zu den drei Erhaltungssätzen der Mechanik, Impuls-, Energie- und Drallsatz:

$$m_1 (\vec{v} - \vec{v}_1') = -m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_2'), \quad (1)$$

$$m_1 (v_1^2 - v_1'^2) + \theta_1 (\omega_1^2 - \omega_1'^2) - \Delta E = -m_2 (v_2^2 - v_2'^2) - \theta_2 (\omega_2^2 - \omega_2'^2) + \Delta E, \quad (2)$$

$$m_1 (\vec{r}_1 \times \vec{v}_1 - \vec{r}_1' \times \vec{v}_1') + \theta_1 (\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_1') = -m_2 (\vec{r}_2 \times \vec{v}_2 - \vec{r}_2' \times \vec{v}_2') - \theta_2 (\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_2'). \quad (3)$$

Man erkennt sofort, daß dieses Gleichungssystem den Stoß nur unvollständig beschreibt, da bei bekannten Eingangsbedingungen eine Vektorgleichung und zwei skalare Gleichungen^{2,3} nicht ausreichend sind, um beide Stoßausgangsgeschwindigkeiten $\vec{v}'_i$, die Rotationsgeschwindigkeiten $\vec{\omega}'_i$, die Deformationsenergie ΔE und die Lage der Schwerpunkte bei Stoßausgang $\vec{r}'_i$ zu ermitteln. Für die Rückwärtsrechnung, bei der man anhand der Situation nach Stoßende zeitlich rückwärts auf die Situation vor dem Stoß schließt, gilt entsprechendes, mit der Einschränkung, daß unter diesen Umständen die Deformationsenergie in der Regel bekannt ist.

Die Gln. (1) und (3) sind invariant gegenüber einer Vertauschung der Indizes »1« und »2«; die Indizierung ist damit willkürlich und beeinflusst das Ergebnis nicht. Die besondere Formulierung der Erhaltungsgleichungen (1) bis (3) läßt die Symmetrie gegenüber der Vertauschung der Indizes klar zutage treten. Bei der Formulierung des Drallsatzes Gl. (3) wurde vereinfachend angenommen, daß die Massenträgheitsmomente θ_i der Fahrzeuge infolge der durch die Kollision hervorgerufenen Deformationen nicht verändert werden. Diese mangels anderweitiger Erkenntnis gebräuchliche These sollte bei Gelegenheit einer experimentellen Überprüfung unterzogen werden.

Für die Anwendung muß das unterbestimmte Gleichungssystem (1) bis (3) um weitere Gleichungen ergänzt werden, um eine Lösung zu ermöglichen. Üblicherweise sind die Bewegungsrichtungen der Fahrzeuge vor der Kollision und die Lage des Kollisionsortes bekannt, wobei die Lageänderung der Fahrzeuge während der Kollision vernachlässigt wird. Mathematisch gesprochen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_1} \vec{v}_1 &= \vec{e}_1, & \vec{r}_1 &= \vec{r}_{10} = \vec{r}_1', \\ \frac{1}{v_2} \vec{v}_2 &= \vec{e}_2, & \vec{r}_2 &= \vec{r}_{20} = \vec{r}_2'. \end{aligned} \quad (4)$$

Die Rotationsgeschwindigkeiten der Fahrzeuge vor der Kollision sind im allgemeinen vernachlässigbar, so daß

$$\vec{\omega}_1 = \vec{0}, \quad \vec{\omega}_2 = \vec{0} \quad (5)$$

gilt.

Damit ist aus dem zunächst unterbestimmten Gleichungssystem ein überbestimmtes Gleichungssystem geworden, da nach Einfüh-

*Dipl.-Ing. (TU) Karl-Heinz Schimmelpfennig, Öffentlich bestellter und vereidigter Sachverständiger für Straßenverkehrsunfälle

**Dipl.-Phys. Norbert Hebing, ehemaliger Mitarbeiter im Ing.-Büro Schimmelpfennig und Becke, Münsterstr. 101, 4400 Münster-Wolbeck

ren der Einschränkungen Gln. (4) und (5) in die Erhaltungssätze Gln. (1) bis (3) nunmehr vier Gleichungen zur Ermittlung der Beträge der beiden Stoßeingangsgeschwindigkeiten zur Verfügung stehen.

In der Unfallrekonstruktion sind die Eingangsgrößen in die Berechnung stets mit Toleranzen versehen, so daß sich bei der Lösung der Erhaltungsgleichungen auch Toleranzen ergeben. Allen in [1, 2] beschriebenen Verfahren ist gemeinsam, daß sie die Überbestimmtheit des Gleichungssystems dazu nutzen, die Toleranzen dieser Lösung zu verringern.

Die Ermittlung der Beträge der Stoßeingangsgeschwindigkeiten erfolgt in den oben genannten Verfahren über einen Zwischenschritt, die Bestimmung des Stoßantriebes

$$\vec{S}_1 \doteq \vec{S} = -m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = \int_0^t \vec{F}_1(t) dt. \quad (6)$$

Über diesen Weg wird die Symmetrie der Erhaltungsgleichungen stets genutzt, da $\vec{S}_2 = -\vec{S}_1$ gilt. Es ist einsichtig, daß der Stoßantrieb aus dem Impulssatz als Vektorgleichung vollständig ermittelt werden kann. Der Energiesatz ist als skalare Gleichung demgegenüber lediglich in der Lage, Aussagen über einen Aspekt des Stoßantriebes, zum Beispiel den Betrag, zu liefern.

Bei der Anwendung der skalaren Gleichung des Drallsatzes, mit Hilfe dessen sich eigentlich ebenfalls nur Aussagen über einen Aspekt des Stoßantriebes treffen ließen, wird bei Drall-Spiegel-Verfahren ein »Kunstgriff« angewendet. Bei Fahrzeugen erfolgt der Momentenaustausch durch Kraftaustausch an den Fahrzeugoberflächen, so daß sich analog zum Stoßantrieb eine Größe definieren läßt, die wohl am ehesten durch das Kunstwort »Rotationsantrieb« beschrieben werden kann.

$$\vec{K}_1 \doteq -\theta_1 (\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_1') = \int_0^t \vec{r}_{1k}(t) \times \vec{F}_1(t) dt. \quad (7)$$

Bei dem Vektor $\vec{p}_1$ handelt es sich dabei um den Differenzvektor zwischen der Lage des Kraftangriffspunktes und dem Schwerpunkt des Körpers. Auch diese Formulierung ist bereits eine Idealisierung der tatsächlichen Verhältnisse, da sie eine punktuelle Berührung der kollidierenden Körper impliziert. Erfolgt die Berührung der Körper entlang einer Linie, was das zweidimensionale (ebene) Äquivalent einer flächigen Berührung der Körper darstellt, so muß die auf den Körper einwirkende Gesamtkraft $\vec{F}_1(t)$ durch Integration der Streckenlast $\vec{f}_1(t, \vec{p}_1)$ ermittelt werden⁴, Bild 1.

$$\vec{F}_1(t) = \int_{\vec{p}_{1k}(t)}^{\vec{p}_{1u}(t)} \vec{f}_1(t, \vec{p}_1) d\vec{p}_1. \quad (8)$$

Für den mittleren Differenzvektor zwischen Kraftangriffspunkt und Schwerpunkt muß dann

$$\vec{\bar{p}}_1(t) \times \vec{F}_1(t) = \int_{\vec{p}_{1k}(t)}^{\vec{p}_{1u}(t)} \vec{\bar{p}}_1(t) \times \vec{f}_1(t, \vec{p}_1) d\vec{p}_1 \quad (9)$$

gelten. Analog zu Gln. (8) und (9) läßt sich ein mittlerer Differenzvektor $\vec{p}_{1k}$ definieren, für den

$$\vec{p}_{1k} \times \int_0^t \vec{F}_1(t) dt = \int_0^t \vec{\bar{p}}_1(t) \times \vec{F}_1(t) dt \quad (10)$$

$$= \int_0^t \int_{\vec{p}_{1k}(t)}^{\vec{p}_{1u}(t)} \vec{\bar{p}}_1(t) \times \vec{f}_1(t, \vec{p}_1) d\vec{p}_1 dt$$

und damit

$$-\theta_1 (\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_1') = \vec{p}_{1k} \times \int_0^t \vec{F}_1(t) dt = \vec{p}_{1k} \times \vec{S} \quad (11)$$

gilt. Entsprechendes gilt für den analog definierten Vektor $\vec{p}_{2k}$, Bild 2.

Beim Drall-Spiegel-Verfahren wird unterstellt, daß eine »Kompensationsstellung« der Fahrzeuge sowie ein idealisierter Kontaktpunkt definiert werden kann, für den

$$\vec{p}_{1k} - \vec{p}_{2k} = \vec{r}_{2k} - \vec{r}_{1k} \doteq \vec{p}_k \quad (12)$$

gilt.

Dadurch zerfällt der Drallsatz in zwei voneinander unabhängige

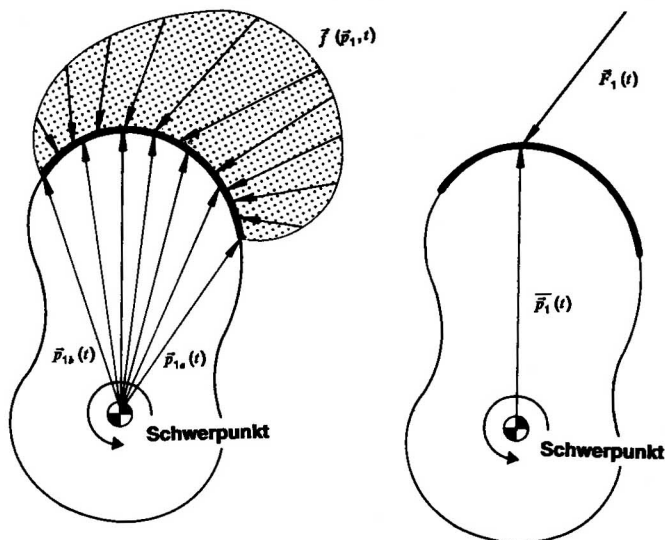


Bild 1 Zur Definition des Kontaktpunktes

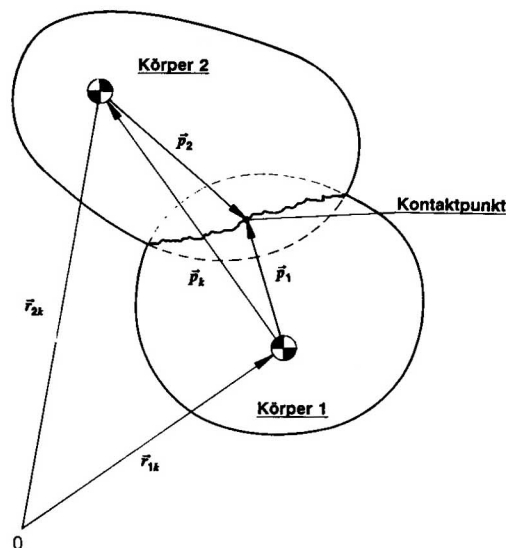


Bild 2 Zur Definition der Vektoren $\vec{p}_{1k}$, $\vec{p}_{2k}$ und $\vec{p}_k$

Gleichungen, mit Hilfe derer sich der Stoßantrieb vollständig ermitteln läßt. Die Wahl der richtigen Kompensationsstellung sowie des geeigneten Kontaktpunktes bleibt bei derzeitigem Erkenntnisstand der Intuition des Sachverständigen überlassen.

In der Praxis zeigt sich jedoch, daß die mit Hilfe dieser Gleichungen für den Stoßantrieb errechnete Lösung in manchen Fällen sehr sensibel gegenüber der Wahl der Kompensationsstellung und insbesondere gegenüber Wahl des Kontaktpunktes ist. In diesem Zusammenhang muß darauf verwiesen werden, daß die Wahl des Kontaktpunktes über die inneren Geschwindigkeiten auch den Durchmesser des Energierings beeinflusst. In [3] wird in solchen Fällen eine »Kontaktpunktvariation« vorgeschlagen, bei der die Lage des Kontaktpunktes nicht eindeutig fixiert wird, sondern lediglich durch einen ebenen, kreisförmigen Bereich eingeschränkt wird.

Die beiden im folgenden vorgeschlagenen Verfahren beziehen sich in keiner der zugrundeliegenden Gleichungen auf die Lage des Kontaktpunktes. Der Kontaktpunkt ist damit frei wählbar und dient nur noch der einheitlichen Darstellung der über die Anwendung der Erhaltungssätze erzielten Ergebnisse.

3 Energie-Doppelring-Verfahren

Der Energiesatz Gl. (2) läßt sich mit Hilfe des Impulssatzes Gl. (1) und der Definition Gl. (6) zu

$$\frac{\vec{S}^2}{m^*} - 2\vec{S}\Delta\vec{v}' = 2\Delta E + \theta_1(\omega_1'^2 - \omega_1^2) + \theta_2(\omega_2'^2 - \omega_2^2) \quad (13)$$

mit

$$\Delta \vec{v}' \doteq \vec{v}'_1 - \vec{v}'_2 \tag{14}$$

umformen.
Quadratisches Ergänzen ergibt

$$(\vec{S} - m \cdot \Delta \vec{v}')^2 = m \cdot [2 \Delta E + \theta_1 (\omega_1'^2 - \omega_1^2) + \theta_2 (\omega_2'^2 - \omega_2^2) + m \cdot \Delta \vec{v}'^2] \tag{15}$$

Gl. (15) beschreibt einen Kreis um den Mittelpunkt

$$\vec{M} = m \cdot \Delta \vec{v}' \tag{16}$$

mit dem Radius

$$R^2 = m \cdot [2 \Delta E + \theta_1 (\omega_1'^2 - \omega_1^2) + \theta_2 (\omega_2'^2 - \omega_2^2) + m \cdot \Delta \vec{v}'^2]. \tag{17}$$

Für das Fahrzeug 2 ergibt sich aufgrund der Symmetrie der Gleichungen die spiegelbildliche Lösung, **Bild 3**. Die Gln. (16) und (17) zeigen, daß sowohl die Lage des Kreismittelpunktes als auch der Kreisdurchmesser Funktionen der Eingangsgrößen in die Rekonstruktion sind. In Bild 3 wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit lediglich die Variation des Kreisdurchmessers dargestellt. Obwohl es aus der Herleitung der Gl. (15) bereits hervorgeht, sei nochmals gesondert darauf hingewiesen, daß der Überschneidung der Kreise in Bild 3 keine besondere Bedeutung zukommt.

4 Drehimpuls-Spiegel-Verfahren

Die Summation von Gl. (11) mit der analogen Gleichung für den zweiten Körper ergibt unter Verwendung von Gl. (12)

$$\vec{p}_k \times \vec{S} = \theta_1 (\vec{\omega}'_1 - \vec{\omega}_1) + \theta_2 (\vec{\omega}'_2 - \vec{\omega}_2) \tag{18}$$

bzw.

$$S_{\perp} = \frac{\theta_1 (\omega'_1 - \omega_1) + \theta_2 (\omega'_2 - \omega_2)}{p_k} \tag{19}$$

$\vec{S}$ ist diejenige Komponente des Stoßantriebs, die zu $\vec{p}_k$ orthogonal ist.

Dies ist die Gleichung zweier Geraden, die parallel zum Verbindungsvektor der Schwerpunkte $\vec{p}_k$ verlaufen, **Bild 4**. Die Berücksichtigung der Toleranzen der Eingangsgrößen führt zu zwei parallelen Lösungsbändern, **Bild 5**. Hier ist anzumerken, daß sich die Ermittlung der Lösungsfelder für den Stoßantrieb bei allen Verfahren auf den gleichen Punkt der Ebene – in Anlehnung an den früher benötigten Kontaktpunkt vorzugsweise ein Punkt innerhalb der Kontaktzone – beziehen muß. Beim Drehimpuls-Spiegel-Verfahren ist der Verbindungsvektor der Schwerpunkte demgemäß in diesen Punkt zu verschieben.

Da der Vektor $\vec{p}_k$ den Verbindungsvektor der Schwerpunkte in der Kompensationsstellung darstellt, muß auch für das Drehimpuls-Spiegel-Verfahren eine solche Stellung gefunden werden. Es ist jedoch nicht mehr notwendig, diesen Verbindungsvektor durch die Wahl eines idealisierten Kontaktpunkts auf die Summe zweier Vektoren zurückzuführen, wodurch das neue Verfahren eine robuste⁵ Lösung liefert. Dieser Vorteil des Verfahrens wird naturgemäß durch einen Verlust an mathematischer Aussagekraft erkauft, der dazu führt, daß man wieder eine eindimensionale Lösungsmenge⁶ für den Stoßantrieb erhält. Der Verlust an mathematischer Aussagekraft ist in vielen Fällen natürlich nur ein scheinbarer, da die Aussagekraft

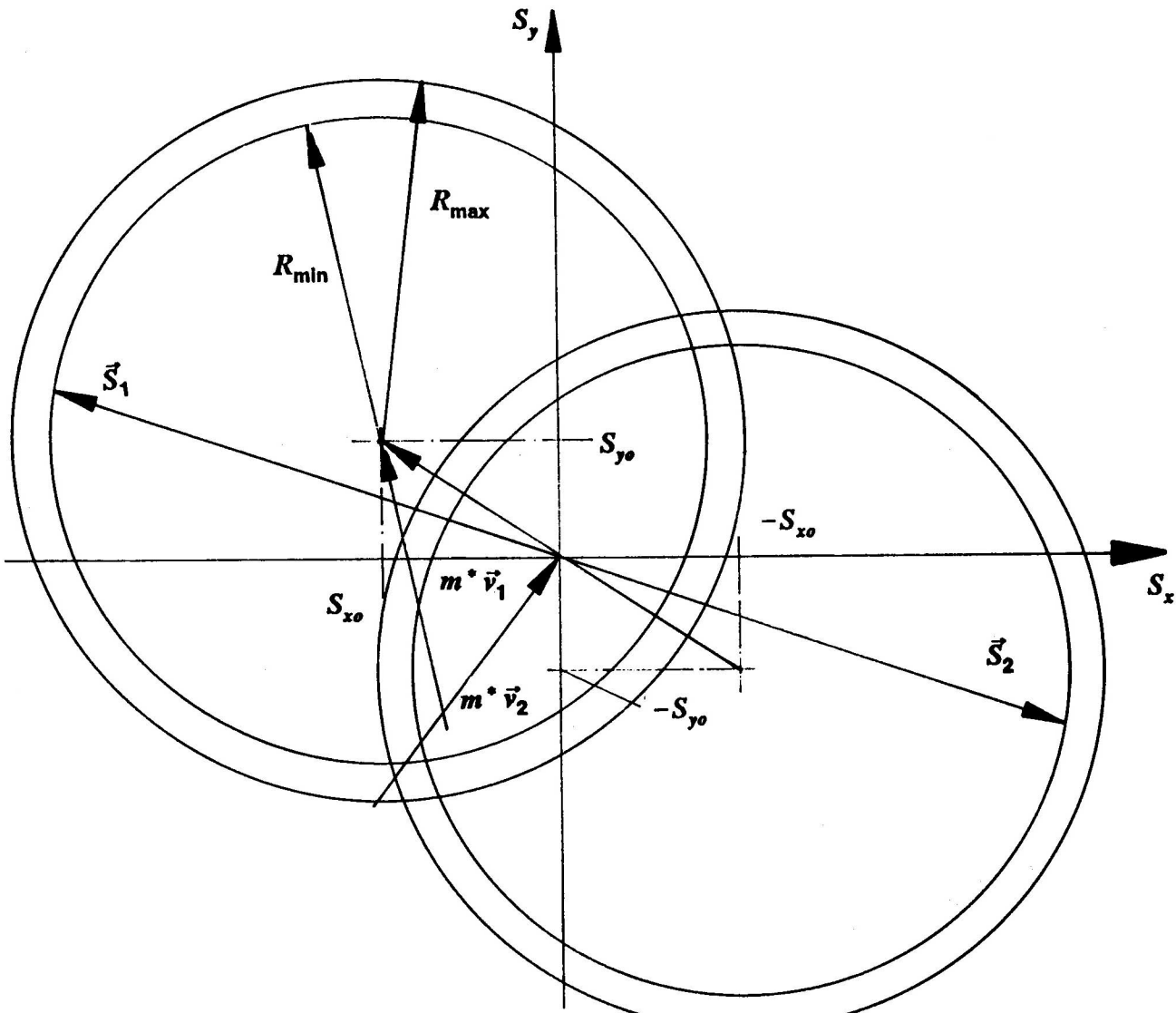


Bild 3 Energie-Doppelring-Verfahren

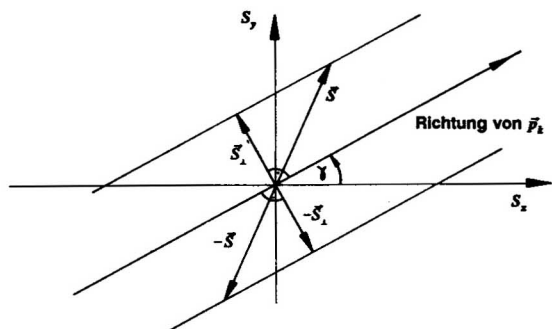


Bild 4 Drehimpuls-Spiegel-Verfahren

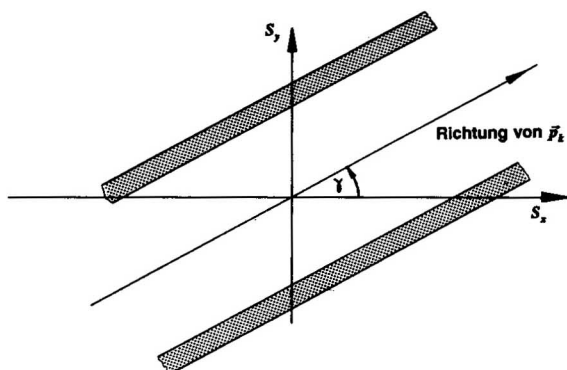


Bild 5 Drehimpuls-Spiegel-Verfahren mit Toleranzen

gekräft mathematischer Verfahren, die an die richtige Wahl der Lage des Kontaktpunktes geknüpft sind, ebenso beschränkt ist.

5 Unfallbeispiel

Die Anwendung der neuen Verfahren soll im folgenden durch ein Unfallbeispiel illustriert werden, das einem realen Fall entlehnt ist. Es handelt sich um einen Abbiegeunfall auf der Landstraße, bei dem der Fahrer des wartepflichtigen Fahrzeugs versucht hatte, unter Mißachtung der Vorfahrt nach links abzubiegen. Sowohl die Fahrzeugbeschädigungen als auch die stark unterschiedlich langen Auslaufstrecken der Fahrzeuge zeigten, daß sich eine Streifkollision zwischen den Fahrzeugen ereignet hatte. Die Auslaufgeschwindigkeit der Fahrzeuge konnten zu ca. 90 bis 100 km/h für das vorfahrtberechtigte und ca. 20 km/h für das wartepflichtige Fahrzeuge ermittelt werden. Der Auslauf des wartepflichtigen Fahrzeugs war mit einer starken Drehbewegung verbunden, die auf kollisionsinduzierte Rotationsgeschwindigkeiten im Bereich von 4 s^{-1} schließen ließen. Die Rotationsbewegung des vorfahrtberechtigten Fahrzeugs war demgegenüber schwach ausgeprägt und verlief im Uhrzeigersinn. Der mittels der eben genannten Daten rekonstruierte Beginn der Auslaufbewegung der Fahrzeuge wird durch **Bild 6** illustriert. Diese Auslaufbewegungen stehen in guter Übereinstimmung mit den aus den Spurfragmenten rekonstruierten realen Auslaufbewegungen. Die energie-äquivalente Testgeschwindigkeit der Fahrzeugbeschädigungen wurde für beide Fahrzeuge zu 30 km/h bis 35 km/h eingestuft.

Bild 7 zeigt zunächst das mit Hilfe der bisher bekannten Verfahren ermittelte Lösungsfeld für den Endpunkt des Stoßantriebs. Bei der dargestellten Lösung wurde der Stoßfaktor iterativ zu ca. - 0,6 bestimmt. Aus der Zeichnung ist ersichtlich, daß der Stoßpunkt zwischen den Fahrzeugen im Bereich der Hinterachse des abbiegenden Fahrzeugs angenommen wurde. Auf die Darstellung der Auslaufimpulse und ihre Antragung an das Lösungsfeld zur Ermittlung der Kollisionseingangsgeschwindigkeiten wurde in **Bild 7** aus Platzgründen verzichtet. Es sei ergänzend angemerkt, daß sich die Kollisionseingangsgeschwindigkeiten zu gut 95 bis gut 110 km/h für das vorfahrtberechtigte Fahrzeug und zu ca. 20 bis 25 km/h für das wartepflichtige Fahrzeug ergeben. Der kollisionsbedingte Geschwindigkeitsverlust ist für das vorfahrtberechtigte Fahrzeug

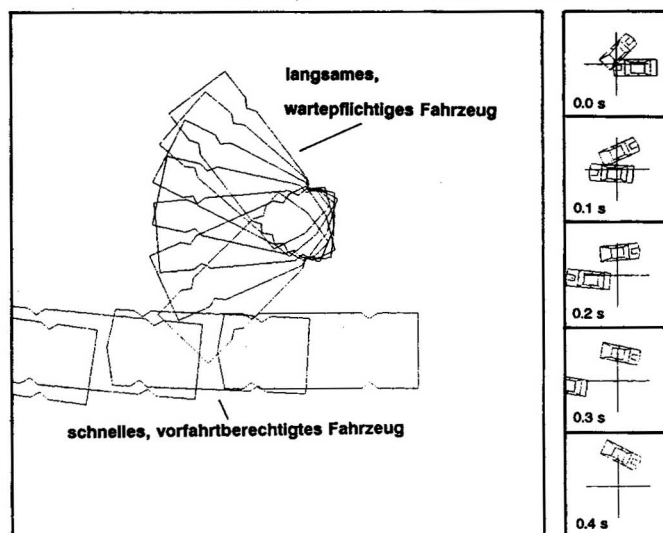


Bild 6 Auslaufbewegungen der Fahrzeuge

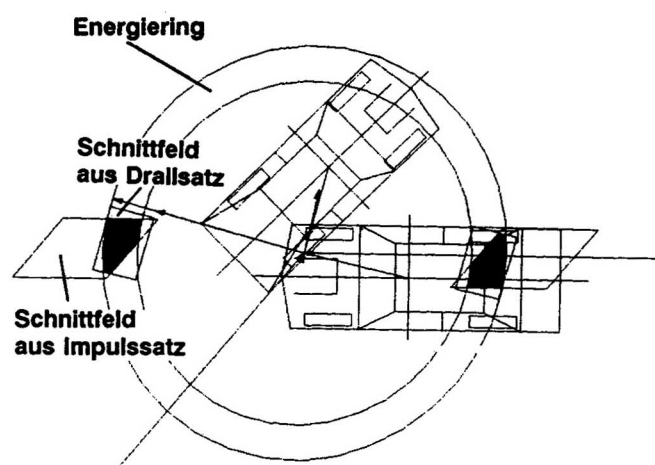


Bild 7 Lösungsfeld für den Endpunkt des Stoßantriebs aus Rhomboid-Schnitt- und Energiering-Verfahren

also vergleichsweise gering; der Impulsübertrag auf das langsamere Fahrzeug macht sich nicht so sehr in einer Änderung des Geschwindigkeitsbetrages, als in einer Änderung der Richtung des Geschwindigkeitsvektors bemerkbar.

Bild 8 zeigt demgegenüber die Überlagerung des Schnittfeldes aus dem Impulssatz mit dem Energie-Doppelring und dem Lösungsfeld des Drehimpuls-Spiegel-Verfahrens. Das Lösungsfeld für den Stoßantrieb ist wie in **Bild 7** schwarz hervorgehoben. Man erkennt, daß sich seine Form und Lage nur wenig von dem **Bild 7** unterscheidet. In **Bild 8** wurden der Übersicht halber lediglich die Durchmesser der Energieringe variiert, wohingegen die Lage der Mittelpunkte auf dem mittleren Wert fixiert wurde.

Da der Anstoß an das wartepflichtige Fahrzeug im vorliegenden Fall relativ exzentrisch erfolgte, ergaben sich keine Probleme bei der Anwendung des Drall-Spiegel-Verfahrens, so daß der wesentliche Vorteil des Drehimpuls-Spiegel-Verfahrens hier nicht ersichtlich wird. Im Gegenzug zeigt sich jedoch auch, daß das Lösungsfeld durch die relativ breiten Lösungsbänder des Drehimpuls-Spiegel-Verfahrens gegenüber dem Drall-Spiegel-Verfahren nicht vergrößert wird.

Ein wesentlicher Vorteil des Energie-Doppelring-Verfahrens gegenüber dem alten Energiering-Verfahren besteht darin, daß die bei streifenden Stößen ansonsten notwendige iterative Bestimmung des Stoßfaktors k entfallen kann. Nur der Übersicht halber beziehen sich die Lösungsfelder in **Bild 8** sämtlich auf den in **Bild 7** gewählten Kontaktpunkt. Prinzipiell können die neuen Verfahren jedoch auf jeden beliebigen Punkt der Ebene angewendet werden.

In **Bild 9**⁷ sind die Lösungsbänder illustriert, die sich ergeben, wenn man beim Energie-Doppelring-Verfahren nicht nur die Durchmes-

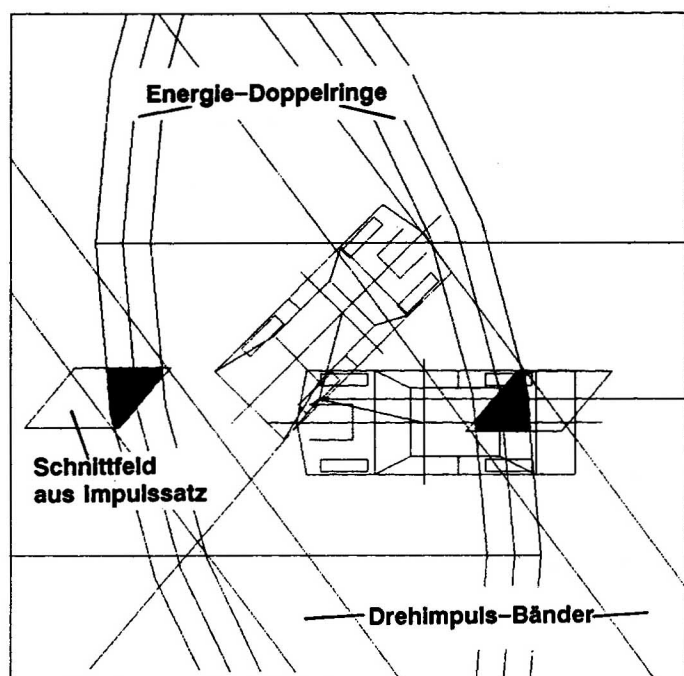


Bild 8 Lösungsfeld für den Endpunkt des Stoßantriebs bei Anwendung von Energie-Doppelring- und Drehimpuls-Spiegel-Verfahren

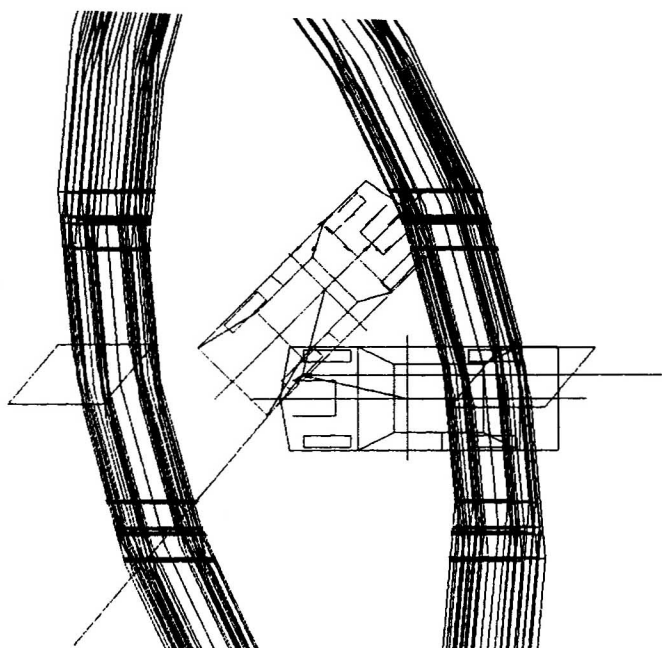


Bild 9 Lösungsbänder des Energie-Doppelring-Verfahrens bei gleichzeitiger Variation von Kreismittelpunkt und -durchmesser

ser der Energieringe, sondern auch deren Mittelpunkte variiert. Leider ist es unter diesen Umständen nicht möglich anzugeben, welche Kombination der in Gl. (15) enthaltenen Parameter zu den Begrenzungslinien der Lösungsfelder führen, so daß eine Fülle möglicher Kombinationen untersucht werden muß. Dies führt zu der in Bild 9 dargestellten Linienschar. Es ist jedoch ersichtlich, daß der zusätzliche Aufwand im vorliegenden Fall kaum lohnend ist, da sich die Lösungsringe nicht wesentlich gegenüber Bild 8 verbreitern.

6 Einordnung der neuen Verfahren in das bisherige System

Die Anwendung der beiden neuen Verfahren empfiehlt sich in allen Fällen, in denen die Kontaktzonen der Fahrzeuge derart ausgeht sind, daß die Definition der Lage des Kontaktpunktes erschwert wird. Auch bei der Anwendung des Energie-Doppelring-Verfahrens auf streifende Kollisionen ergeben sich Vorteile gegenüber dem Energiering-Verfahren. Dabei müssen Energie-Ring- und

Drall-Spiegel-Verfahren jeweils gemeinsam gegen Energie-Doppelring- und Drehimpuls-Spiegel-Verfahren ausgetauscht werden, um eine auch implizite Verwendung des Kontaktpunktes zu vermeiden. Möglich sind natürlich auch Überlagerungen der Lösungsfelder aus den beiden neuen Verfahren über die Lösungsfelder der bisherigen Verfahren, um eine weitere Eingrenzung des Stoßantriebes zu ermöglichen. Die neuen Verfahren stellen damit eine weitere Verbesserung der bewährten grafischen Lösungsverfahren dar.

¹ Die Stoßhypothese besagt, daß man den Impulsaustausch zwischen den kollidierenden Körpern durch einen Stoß unendlich kurzer Zeitdauer, einen sogenannten Dirac-Stoß (benannt nach Paul Dirac), idealisieren kann.

² Der Drallsatz ist keine echte Vektorgleichung, da sämtliche Vektoren kollinear sind.

³ In der Gl. (2) ist, wie im folgenden, der Betrag eines Vektors durch die entsprechende Variable unter Auslassung des Vektorzeichens bezeichnet.

⁴ Bei der Bezeichnung dp_1 wurde das Vektorzeichen bewußt ausgelassen, da über den Betrag der Umfangsstrecke integriert wird.

⁵ Der Ausdruck »robust« ist für die Charakterisierung der Lösung einer mathematisch-technischen Aufgabenstellung durchaus gebräuchlich und bezeichnet die Unempfindlichkeit der Lösung gegenüber einer Variation der Eingangsparameter.

⁶ ohne Berücksichtigung der Toleranzen

⁷ Die Bilder 6 bis 9 wurden mittels des von Herrn Dipl.-Ing. W. Deppe entwickelten Programms »Kollision« gezeichnet. Ihm gebührt besonderer Dank dafür, daß er speziell für diese Veröffentlichung eine Pilot-Version des Programms für uns erstellt hat, die die neuen Verfahren bereits enthält.

Literaturnachweis

- [1] Schimmelpfennig, K.-H.; Becke, M.: Ausnutzung der Symmetriebedingung beim Impuls-Diagramm zur engeren Eingrenzung der Kollisionsgeschwindigkeiten unter gleichzeitiger Berücksichtigung des Drallsatzes. Der Verkehrsunfall 17 (1980), Heft 10, S. 206 – 208.
- [2] Schimmelpfennig, K.-H.; Hebing, N.: Das Energie-Ring-Verfahren – Grafische Lösung der Stoßgleichungen unter Einbeziehung der Formänderungsenergie. Der Verkehrsunfall 19 (1982), Heft 7, S. 168 – 172.
- [3] Deppe, W.: Der Einfluß der Kontaktpunktlage beim Drall-Spiegel-Verfahren – das Kontaktpunkt variierte Drallfeld. Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik 29 (1991), Heft 3, S. 71-72. ■